

Hőmérséklet mérése

Hőmérőként használható bármely fizikai jelenség, pl. (ismert pontosságú) keresztteffektus

- Gázhőmérő: térfogati hőtágulási együttható
- Folyadékhőmérő: vonal menti (lineáris) hőtágulási együttható
- Galilei hőmérő (a folyadék sűrűségének változásán alapszik)
- Folyadékkristály hőmérő (a kristály színváltozásán alapul)
- Hőérzékeny festékek
- Pill-hőmérő (kvarckristályok rezgésszáma változik a hőmérséklettel)
- Foszfor (a termolumineszcencián alapul)
- CBT Coulomb-blokád (vezető csatorna félvezetőben)
- Szilícium, szilícium-karbid (vezetési sáv félvezetőkben)
- Ellenálláshőmérők (villamos ellenállás változása)
- Termoelem, hőelem (villamos feszültség változása)
- Bimetál: szilárd anyagok (fémek) vonal menti hőtágulási együtthatója
- Összsugárzásmérő pirométer
- Színüket változtató festékek
- Hőmérsékletre lágyuló műanyagok, szilikátok (Seeger-gúla)

Elektromos elven működő hőmérők

Termisztorok tulajdonságai

A termisztorok fénoxid porokból sajtolt félvezető eszközök. Más egyéb villamos hőmérséklet mérő eljárások közül kiemelkednek nagy érzékenységgel.

Az érzékenység a kijelző által mutatott értéknek és a mért mennyiség változásának hányadosa. Nagyobb érzékenységű mérőeszköznél a mért mennyiség változása a kijelző műszeren nagyobb változást hoz létre.

Laborgyakorlatokon közvetlenül ellenállásmérővel mérjük a termisztorok ellenállását, azért, hogy az alapelvekkkel a hallgatók tisztában legyenek. Ipari körülmények között olyan mérőkapcsolásokat alkalmaznak, amelyek más egyébre, például feszültségmérésre visszavezetve oldják meg a mért mennyiség kijelzését. Ez már nem az elsőéves Fizika tárgya, ezt későbbi évfolyamokon tanítjuk.

A termisztorok PTK és NTK változatban készülnek. NTK azt jelenti: negatív hőmérsékleti együtthatójú eszköz (Negative Temperature Coefficient). Ilyeneket mutatunk be a Fizika mérési gyakorlatokon. Kiértékelésüket valamely szabványos T_0 hőmérsékletre vonatkoztatva szokták számítani. Ez vagy a nulla celziusz fok, vagy a szobahőmérsékletet jelentő $25\text{ }^\circ\text{C}$.

Az alapvető összefüggés hasonló az Arrhenius-egyenlethez: $\frac{R}{R_0} = e^{\frac{B}{T-T_0}}$ alkalmazva a logaritmus

azonosságait: $\ln \frac{R}{R_0} = \frac{B}{T-T_0}$, illetve $\ln R - \ln R_0 = \frac{B}{T-T_0}$, átrendezve $\ln R = \ln R_0 + \frac{B}{T-T_0}$,

ahol a konstans az ABC egyik betűjével jelzik: $\ln R = A + \frac{B}{T-T_0}$ nem feledve azt a tényt, hogy itt

az A állandó egy kitüntetett hőmérséklet-értékhez tartozik. Minthogy az egyenletben két ismeretlen van, azok legalább két méréssel meghatározhatóak. Pontosabb eredményt kapunk sokkal több méréssel. Ilyenkor lineáris regresszió alkalmazásával határozzuk meg az A és a B értékét. Az

exponenciális függvény kitevőjét fel is lehet bontani komponenseire, ezeknek ugyanis van fizikai jelentése. $B = \frac{H}{R_m}$, ahol H az elektronok kicserélődési entalpiája, R_m pedig az univerzális gázállandó (SI mértékegységrendszerben a J/mol és a J/mol·K mértékegységeket használjuk).

Nem feltétlenül szükséges moláris mennyiségekkel számolnunk. A képlet a molekulák darabszámára is vonatkoztatható. Ekkor a molekulákra egyenként jutó kicserélődési entalpia kerül a számlálóba, a nevezőbe viszont a Boltzmann-állandó.

Általánosabb formát kapunk, ha nem kötjük magunkat egy kiválasztott hőmérséklethez:

$$R = R_\infty e^{\frac{B}{T}}$$

vagy logaritmos formában: $\ln R = \ln R_\infty + \frac{B}{T}$ ahol az R_∞ az ellenállás elméleti értéke végtelen nagy hőmérsékleten. (Ez nagyon is elméleti fogalom. A termisztorokat 150 °C-nál magasabb hőmérsékleten nem használjuk, mert tönkremennek.) Ebben az esetben A most egy másik konstansa az egyenletnek: $\ln R = A + \frac{B}{T}$. Látható, hogy erre a változatra sokkal egyértelműbb a

lineáris regresszió alkalmazása. Például helyettesítéssel úgy, hogy $y = \ln R$ és $x = \frac{1}{T}$.

Valójában egy $y = A + Bx$ típusú egyenletet oldunk meg. Az EXCEL esetén érdemes olyan módon elrendezni a táblázatot, hogy látható legyen a hőmérséklet celziusz fokban, kelvinben, látható legyen a reciprokok értéke, szerepeljen az ellenállás, végül annak logaritmus. Az ellenállás logaritmusát természetesen az **ohmban** mért értékből számítjuk akkor is, ha nagy ellenállású termisztor vizsgálatunk. Nulla celziusz fokon nem végzünk mérést, de az eredmények teljessége céljából kihagyunk számára egy üres sort.

A	B	C	D	E
t, °C	T, K	T rec	R, ohm	ln R
0	273,15	0,003661		
5,6	278,75	0,003587	250000	12,42922
6	279,15	0,003582	239000	12,38422
10,2	283,35	0,003529	193000	12,17045
15,1	288,25	0,003469	155500	11,9544
19,85	293	0,003413	118900	11,68604
24,75	297,9	0,003357	89000	11,39639
29,75	302,9	0,003301	72900	11,19684
34,55	307,7	0,00325	57500	10,95954
39,45	312,6	0,003199	53400	10,88557
44,05	317,2	0,003153	43000	10,66896
49,55	322,7	0,003099	30100	10,31228
54,55	327,7	0,003052	29200	10,28192
59,4	332,55	0,003007	20200	9,913438
64,4	337,55	0,002963	19300	9,86786

C	D	E		
T rec	R, ohm	ln R		
0,003661	332394	12,71408		
0,003587	250000	12,42922		
0,003582	239000	12,38422		
0,003529	193000	12,17045		
0,003469	155500	11,9544		
0,003413	118900	11,68604		
0,003357	89000	11,39639		
0,003301	72900	11,19684		
0,00325	57500	10,95954		
0,003199	53400	10,88557		
0,003153	43000	10,66896		
0,003099	30100	10,31228		
0,003052	29200	10,28192		
0,003007	20200	9,913438		

Alkalmazzuk a kisiskolás módszert: két pontra illesztés. A meredekség és a tengelymetszet elég jól megközelíti a tényleges értéket, ami igazolja, hogy két mérésből két ismeretlen már meghatározható.

Az eredménycellák tartalma: =G5= (E6-E17)/(C16-C17)=4295; a tengelymetszetre az egyismeretlenes egyenlet megoldása értelmében: =E11-G5*C11 = 2,983. Az eredmény sikere erősen függ attól, hogy melyik cellákból vettük a meredekség számításához szükséges adatpárt, és melyikből a tengelymetszet számításához.

Az eredmény akkor a lehető legbiztonságosabb, ha valamennyi adatpárra illesztünk egyenest. Erre a célra az EXCEL-nek meglehetősen egyszerű függvényei vannak. A képleteket érdemes a táblázat alatt elhelyezni. Itt most csak a táblázat végét mutatjuk:

54,55	327,7	0,003052	29200	10,28192
59,4	332,55	0,003007	20200	9,913438
64,4	337,55	0,002963	19300	9,86786
	4135,629739			
	-2,42643251			
	0,995690751			

B19= MEREDÉKSÉG(E5:E18;C5:C18)=4135,6
 B20=METSZ(E5:E18;C5:C18)=-2,426
 B21=RNÉGYZET(E5:E18;C5:C18)=0,9956

Már ezzel az egyszerű számítással megtudtuk a termisztor energiaállandóját. 4135,6 K (Igen, ennek is van mértékegysége. Az exponenciális függvény argumentumában nem állhat mértékegységgel rendelkező fizikai mennyiség. Ezért most egydimenziójú számot látunk ott: hőmérséklet-per hőmérséklet). A determinációs együttható ($r^2 = 0,9956$) nagyon jó illeszkedést mutat. Természetesen a táblázat teljességéhez célszerű kiszámítani a nulla Celsius fokhoz tartozó ellenállást; például így: D4=KITEVŐ(B19/273,15+B20)=332394 ohm. Nem szabad elfelejtenünk, hogy a mérésnek semmi köze a vízhez: a termisztorral akár -40 fokot is mérhetünk. A hallgatói gyakorlaton csupán a hőmérséklet beállításához használt termosztát jelent korlátot, a legalacsonyabb hőmérsékletet ugyanis úgy állítjuk elő, hogy darabokra tört jeget dobunk a készülék belsejébe. Nos, ezzel a kísérleti módszerrel nem tudjuk a termisztor viselkedését kimérni a fagypon alatti tartományban.

Amennyiben szükségünk van a regressziós illeszkedés további adataira, ezek számítása céljára több lehetőség is rendelkezésre áll. A legegyszerűbb a LIN.ILL függvény. Példánkban a táblázat mellé írtuk be ennek adatait. Ezt ú.n. tömbfüggvény formájában kell beírni.

Jelöljük ki a tervezett statisztikai kimeneti eredmények számára annak bal felső sarkától kezdve két oszlopot és öt sort. Írjuk be a regresszió adatait, a mi esetünkben így:

=LIN.ILL(E4:E18;C4:C18;IGAZ;IGAZ)

Az első adatcsoport a függő változó (az ellenállásértékek logaritmus). Pontosvessző után következik a független változó (a hőmérséklet értékek reciproka), A logikai értékeket azért töltjük ki, hogy több eredményt is kiszámítson számunkra az EXCEL. Az elsőt azért, mert a tudjuk, hogy a tengelymetszet nem lehet nulla. A másodikat azért, hogy a szórás és a négyzetösszeg értékét is megkaphassuk. Ha mindez megvan, nem nyomjuk meg az ENTER billentyűt. Nyomjuk meg helyette egyszerre a SHIFT-CTRL_ENTER billentyűket. Ez kell ugyanis a tömbfüggvény kiszámításához. Ha jól csináltuk, a képletet egy külső zárójelbe foglalva látjuk:

{=LIN.ILL(E4:E18;C4:C18;IGAZ;IGAZ)}

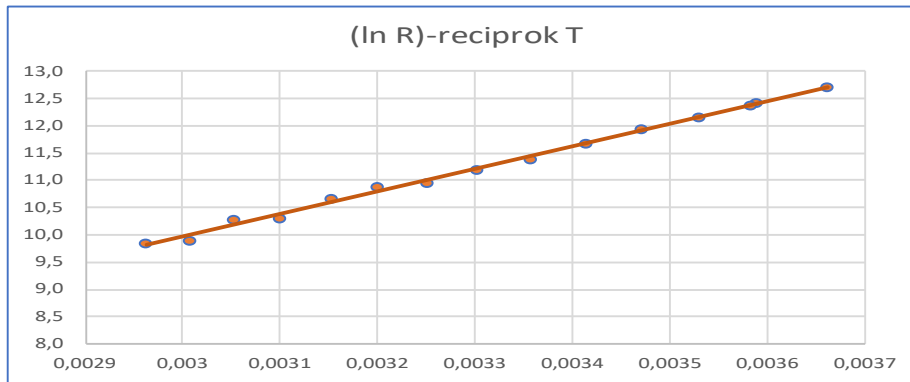
és megjelennek a regresszió eredményei:

4135,63	-2,42643	meredekség	tengelymetszet
68,16457	0,225994	a meredekség szórása	a tengelymetszet szórása
0,996481	0,058045	determinációs együttható	A közelítés szórása
3681	13	F-próba	szabadsági fok
12,40216	0,0438	a regresszió négyzetösszege	a maradék négyzetösszeg

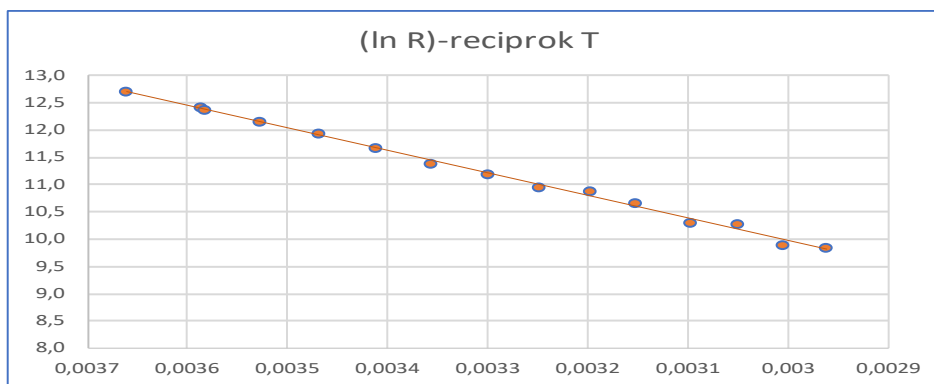
Most valamennyivel többet tudunk. A meredekség 4135,63±68,17 K.

A tengelymetszet 2,426±0,226 1/K. A determinációs együttható 0,9965 (a regressziós együttható 0,9982) négyzete. A mért értékek eltérése a lineáris regressziós egyenestől ±0,058045.

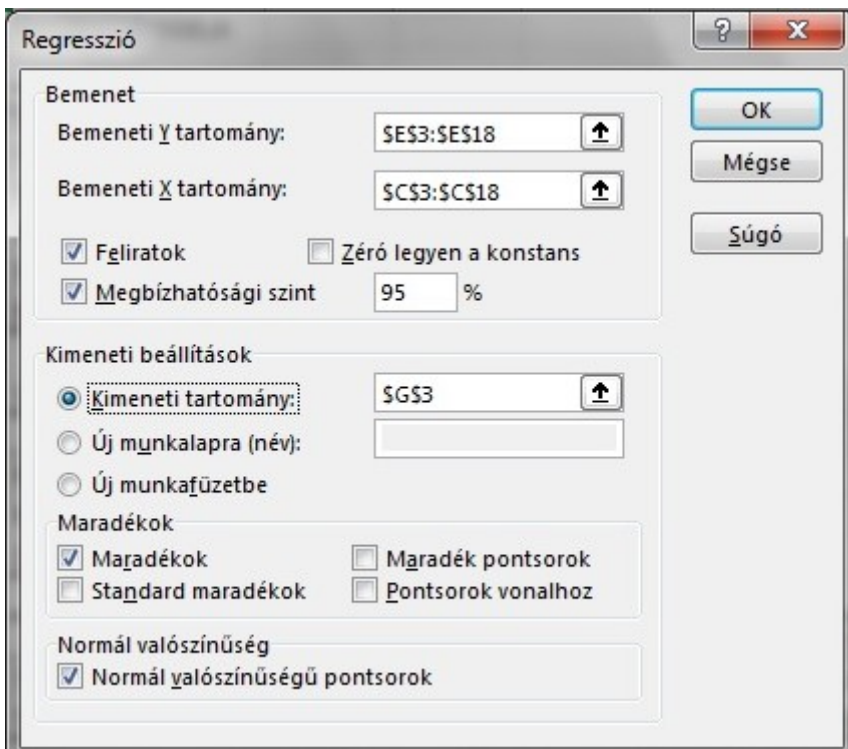
Az F-próba 3681, a szabadsági fok 13. Az eltérések négyzetösszegét (12,402) a regresszió okozza, a maradék (reziduum; a közelítés hibája 0,0438). Ez arra utal, hogy a regresszió igen jól illeszkedik.



Alapesetben a vízszintes tengelyen növekvő értékeket látunk, ez most a hőmérséklet reciproka. Ha jobban szeretnénk olyan ábrát, amelyen a hőmérséklet balról-jobbra növekszik, kattintsunk rá a tengely formázása feliratra, és válasszuk azt, hogy „értékek fordított sorrendben”, valamint a függőleges tengely metszéspontja „Legnagyobb értéknél”. Az ábra ettől megfordul; baloldalt a legszélso pont képviseli a nulla Celsius fokot:



A hőmérséklet reciprok értéke most jobbra csökkenő értékű. Elképzeltető, ha ezt nulláig csökkentenénk; ez volna a végtelen hőmérséklethez tartozó ellenállás. A tengelymetszet értéke $B_{20} = -2,426$, az exponenciális függvény képes ebből előállítani azt is, hogy ez mekkora ellenállás: $=KITEVŐ(B_{20}) = 0,088351$ Ohm. Előbb már említettük, ennek csak matematikai értelme van, a fizika szempontjából értelmezhetetlen.



Amennyiben az analysis toolpak segítségével kívánjuk kiszámítani az eredményeket, ehhez hasonló táblázatot kell kitöltenünk. Válasszuk a hőmérséklet reciprokát a vízszintes tengelyre (*bemeneti x tartomány*). A megbízhatósági szintet a mezőgazdasági és élelmiszeripari vizsgálatoknál 95%-ra szokás felvenni. Ez az érték a szórás háromszorosához tartoznék, ha az adatok normál eloszlást követnének. Hogy ez így van-e, azzal itt nem foglalkozunk. A kimeneti tartomány megjelöléséhez elegendő

egyetlen cellát kijelölni, ez lesz a táblázat bal felső sarka. A számítás elindítása után láthatóvá válnak az eredmények.

ÖSSZESÍTŐ TÁBLA						
<i>Regressziós statisztika</i>						
r értéke	0,998239					
r-négyzet	0,996481					
Korrigált r	0,99621					
Standard hiba	0,058045					
Megfigyelés	15					
VARIANCIANALÍZIS						
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Signifikanciája</i>	
Regresszió	1	12,40216	12,40216	3681	2,45E-17	
Maradék	13	0,0438	0,003369			
Összesen	14	12,44596				
	<i>Koefficiens</i>	<i>standard hiba</i>	<i>t érték</i>	<i>p-érték</i>	<i>Alsó 95%</i>	<i>Felső 95%</i>
Tengelymetszet	-2,42643	0,225994	-10,7367	7,84E-08	-2,91466	-1,9382
T reciprok	4135,63	68,16457	60,67125	2,45E-17	3988,369	4282,89

Ezúttal látjuk a determinációs együtthatót, a regressziós együtthatót és annak a szabadsági fok szerint korrigált értékét. Alatta a standard hiba a regresszió és a mért értékek eltérése (0,058045 a konfidencia sáv szélessége), Az EXCEL jellegzetessége, hogy a táblázat első sorát a változó nevének tekinti, ezt is be kell jelölni a számítandó adatok közé. Ezzel annyi hibát követtünk el, hogy az első adatot (a nulla Celsius fokhoz tartozó értéket) ismeretlenként jelöltük be, holott az számított érték. (Valójában csak 14 megfigyelt érték van.)

A variancianalízis címszó alatt a következőket látjuk. A szabadsági fokot egyszer az adathalmaz, egyszer pedig a regresszió csökkentette. Az SS (sum of squares) értékét a regresszió adja, a regresszió hibája alig befolyásolja (0,0438). Hasonlóan jó illeszkedést mutat az MS (mean square error) értéke. Az F-próba a szórásnégyzetek hányadosából származik, rendkívül maga szinten szignifikáns. Az együtthatók táblázatának első két oszlopa a fent már elvégzett LIN.ILL eredményével azonos. Megkaptuk viszont a Student t-próba eredményét és a hozzá tartozó valószínűségi szintet (probability), ez különösen jó illeszkedést mutat a hőmérséklet reciprokára nézve. Jobboldalt végül azt az intervallumot látjuk, amely 95% valószínűségi szinten magába foglalja az adott változó értékét. Például a tengelymetszet 95% valószínűséggel a -2,91466 és a -1,9382 közé esik. A program a független változót tartalmazó oszlop fejlécének címét választotta címül, ez természetesen a meredekség értéke, s 3988,3 és 4282,8 közé esik (adott valószínűséggel).